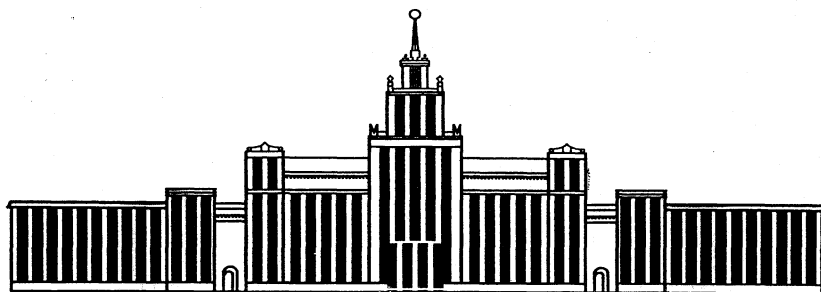

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ



ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

656.13(07)

3-156

**КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ
(АВТОМОБИЛЬНЫЙ ТРАНСПОРТ)**

Рабочая программа, методические указания
и контрольные задания

Челябинск

2011

Министерство образования и науки Российской Федерации
Южно-Уральский государственный университет
Кафедра «Автомобильный транспорт и сервис автомобилей»

656.13(07)
3-156

**КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ
(АВТОМОБИЛЬНЫЙ ТРАНСПОРТ)**

Рабочая программа, методические указания
и контрольные задания

Челябинск
Издательский центр ЮУрГУ
2011

УДК [656.13.022:004](075.8)
З-156

Одобрено
учебно-методической комиссией автотракторного факультета.

Рецензент
кандидат техн. наук, доцент Карavaев В.Г.

З-156 **Компьютерное моделирование технических систем (Автомобильный транспорт):** рабочая программа, методические указания и контрольные задания / сост.: Е.А. Задорожная, А.К. Бояршинова. – Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2011. – 36 с.

Методические указания являются руководством при изучении дисциплины «**Компьютерное моделирование технических систем**». Содержат рабочую программу дисциплины, варианты исходных данных для семестрового задания, примеры выполнения заданий, темы рефератов и список необходимой литературы.

Методические указания предназначены для студентов всех форм обучения специальностей 190601 «Автомобили и автомобильное хозяйство» (инженер), 190603 «Сервис транспортных и технологических машин и оборудования (автомобильный транспорт)» (инженер), 190500 «Эксплуатация транспортных средств» (бакалавр).

Представленная работа выполнена при поддержке Федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России на 2009 – 2013 год».

УДК 656.13(07)

© Издательский центр ЮУрГУ, 2011.

1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Дисциплина «Компьютерное моделирование технических систем» изучается студентами специальностей 190601 «Автомобили и автомобильное хозяйство», 190603 «Сервис транспортных и технологических машин и оборудования (автомобильный транспорт)» и 190500 «Эксплуатация транспортных средств» (бакалавр) в течение одного семестра.

По учебному плану специальностей 190601 и 190603 на изучение дисциплины отводится 32 часа аудиторных занятий, в том числе лекционных 16 часов, лабораторно-практических 16 часов. Для специализации 190500 – 28, 14 и 14 часов, соответственно.

1.1. Требования к уровню подготовки для освоения дисциплины.

Согласно ГОС «Требования к минимуму содержания и уровню подготовки лиц, успешно завершивших обучение по направлениям 190500, 190603, 190601» выпускник (бакалавр, инженер) должен в результате усвоения дисциплины «Компьютерное моделирование технических систем»

иметь представление:

- о математическом моделировании;
- об информации, методах ее хранения, обработки и передачи;
- о дискретности и непрерывности в природе;
- о вероятности как объективной характеристике природных систем;
- об основах проектирования транспортных средств и систем, привлекаемых для этого методах, современных средствах расчета и машинной графики;
- о математике, как особом способе познания мира, общности ее понятий и представлений;
- о программно-целевых методах управления и принятия решений;
- о методах информационного обеспечения производства;

знать и уметь использовать:

- математические модели простейших систем и процессов в естествознании и технике;
- детерминированные и вероятностные модели для конкретных процессов в естествознании и технике;
- новые информационные технологии и интеллектуальные системы при эксплуатации изделий;
- методы управления транспортными системами, исследования операций и принятия решений;
- методы управления и регулирования на автомобильном транспорте;
- критерии эффективности организации работы предприятий автомобильного транспорта;

иметь опыт:

- употребления математической символики для выражения количественных и качественных отношений объектов;

- исследование моделей с учетом их иерархической структуры и оценкой пределов применимости полученных результатов;
- использования основных приемов обработки экспериментальных данных;
- программирования и использования вычислительной техники и программного обеспечения;
- использования средств компьютерной графики;
- экспериментального определения основных характеристик средств транспорта;
- сбора, обработки и анализа эксплуатационной информации на автотранспорте;
- использования методов математического моделирования для решения производственных, управленческих и технико-экономических задач.

1.2. Требования к содержанию образовательной программы

В обязательный минимум содержания образовательной программы подготовки должны входить:

в соответствии с ЕН.01: вероятность и статистика: элементарная теория вероятностей, математические основы теории вероятностей, модели случайных процессов, проверка гипотез, статистические методы обработки экспериментальных данных;

в соответствии с ЕН.02: понятие информации; общая характеристика процессов сбора, передачи, обработки и накопления информации; технические и программные средства реализации информационных процессов, их применение на транспорте; модели решения функциональных и вычислительных задач; алгоритмизация и программирование; языки программирования; базы данных; программное обеспечение и технология программирования; сети, компьютерная графика;

в соответствии с ОПД.09: модели типовых процессов и технических объектов; технико-экономическая оценка эффективности функционирования технических систем;

в соответствии с СД.01: тяговый расчет автомобилей; классификация видов нагружения элементов конструкций автомобилей и особенности их расчетов;

в соответствии с СД.02: закономерности формирования производительности и пропускной способности средств обслуживания; система технического обслуживания и ремонта; комплексные показатели эффективности технической эксплуатации автомобилей; организация и управление техническим обслуживанием и ремонтом автомобилей; информационное обеспечение; новые информационные технологии при анализе, планировании и управлении производством.

1.3. Цели и задачи преподавания и изучения дисциплины

Основная цель дисциплины – уметь на основе сбора, обработки и анализа эксплуатационной информации на автотранспорте строить стохастические модели изучаемых технических, технологических и информационных систем и решать с их помощью производственные, управленческие и технико-экономические задачи.

Основная задача дисциплины заключается в том, сформировать инженерные знания, достаточные для моделирования с помощью современной компьютерного обеспечения сложные технические, технологические и информационные системы с целью их оптимального проектирования, прогнозирования развития исследуемого процесса во времени и определения оптимального управленческого решения.

2. РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Компьютерное моделирование технических систем» изучается в процессе прослушивания и усвоения лекционного материала, выполнения лабораторно-практических работ, а для направления 190500 – дополнительно в самостоятельном углубленном изучении одной из предложенных тем и написании реферата.

Практические занятия преследуют цель выработать у студентов навыки применения полученных теоретических знаний для сбора, обработки и анализа эксплуатационной информации на автотранспорте строить стохастические модели изучаемых технических, технологических и информационных систем. Кроме этого лабораторно-практические занятия способствуют подготовке студентов к выполнению практического задания, знакомят с практикой применения методик расчета.

Лабораторно-практическое задание состоит из шести задач и выполняется студентами самостоятельно в установленные сроки. При этом могут использоваться результаты практических занятий, конспект лекций, методики и программы расчета, разработанные на кафедре «Автомобильный транспорт и сервис автомобилей», а также литературные источники информации.

Все самостоятельные задания и реферат, защищаются студентами. Защита проходит в форме индивидуального собеседования.

В процессе изучения дисциплины периодически осуществляется рубежный контроль, заключающийся в защите лабораторно-практических задач и в прохождении мини-тестирования по пройденной теме.

3. РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

3.1. Разделы дисциплины, виды и объем занятий

Рабочая программа соответствует государственным образовательным стандартам направлений 653300 «Эксплуатация наземного транспорта и транспортного оборудования» (специалист) и 190500 «Эксплуатация транспортных средств» (бакалавр).

В табл. 1 приведены наименования тем дисциплины с указанием количества часов, отводимых на их изучение. Для направления 653300 (специальности 190601, 190603) данные приведены в скобках. Далее дано подробное содержание тем, рекомендуемая литература и соответствующие методические указания.

Таблица 1

Разделы дисциплины, виды и объем занятий

Но- мер темы	Наименование разделов, тем дисциплины	Объем в часах			
		Всего	Лекции	Лабораторно-практические работы	Самостоятельная работа студентов
1	Введение. Основные понятия и определения. Преимущество компьютерного моделирования	1 (1)	1 (1)	–	–
2	Компьютерное моделирование технических систем с помощью метода динамического программирования.	5 (5)	1 (1)	2 (2)	2 (2)
3	Компьютерное моделирование технических систем с помощью теории марковских цепей	8 (8)	2(2)	3 (3)	3 (3)
4	Вероятностно-статистические методы решения некоторых задач на автотранспорте	7 (7)	1 (1)	2 (2)	4 (4)
5	Применение методов статистического моделирования на автотранспорте	8 (8)	2 (2)	3 (3)	3 (3)
6	Применение теории массового обслуживания для оптимального проектирования технологических процессов	6 (6)	1 (1)	–	5 (5)
7	Одноканальная система массового обслуживания с отказами	5 (5)	1 (1)	–	4 (4)
8	Многоканальная система массового обслуживания с отказами	10 (11)	2 (3)	4 (4)	4 (4)
9	Многоканальная система массового обслуживания с ожиданием в очереди при ограничении длины очереди	6 (6)	2 (2)	–(2)	4 (2)
10	Замкнутые системы массового обслуживания	5 (4)	1 (2)	–	4 (2)
	Итого:	61 (61)	14 (16)	14 (16)	33 (29)

3.2. Содержание и методические рекомендации разделов и тем дисциплины

Тема 1. **Введение. Основные понятия. Преимущества компьютерного моделирования**

Содержание темы. Основные понятия и определения. Преимущества применения компьютерного моделирования к исследованию и анализу различных задач. Понятие имитационной модели. Детерминированная и стохастическая модели [1–5].

Методические указания. Знать различные виды математических моделей, их отличия друг от друга. Уяснить преимущества компьютерного моделирования над другими способами исследования физических процессов.

Тема 2. Компьютерное моделирование технических систем с помощью метода динамического программирования.

Содержание темы. Общая постановка задачи динамического программирования и принцип ее решения. Рассмотрение метода динамического программирования на примере решения задачи планирования перевозок грузов в крупных промышленных городах, задачи выбора оптимальных промежуточных передаточных чисел коробки переменных передач (КПП), обеспечивающих минимальное время разгона автомобиля до максимальной скорости [3, 4].

Методические указания. Уяснить, в чем состоит суть решения задачи методом динамического программирования, при каких условиях можно применять этот метод. Уметь объяснить на примере решения транспортной задачи, за счет чего сокращается количество вариантов расчета при использовании метода динамического программирования. Разобраться в особенностях решения задачи корректировки промежуточных передаточных чисел КПП с помощью метода динамического программирования.

Тема 3. Компьютерное моделирование технических систем с помощью теории марковских цепей

Содержание темы. Случайная функция. Реализация случайной функции. Случайный процесс. Виды потоков событий. Свойства простейшего или пуассоновского потока событий. Закон распределения случайной функции. Характеристики случайной функции. Стационарные случайные процессы. Определение числовых характеристик случайной функции из опыта. Определение вероятностей системы, описываемой случайным марковским процессом с дискретными состояниями и дискретным временем. Определение вероятностей состояний системы после "К" шагов с помощью рекуррентной формулы. Определение наличия установившегося режима. Определение вероятностей состояний системы для установившегося режима. Решение задачи простого и расширенного восстановления численности подвижного состава, задачи выбора оптимальной стратегии восстановления численности подвижного состава; задачи прогнозирования эффективности технической службы автотранспортного предприятия [3–5].

Методические указания. Уяснить отличие случайной функции от случайной величины. Уметь назвать конкретные примеры случайных функций. Понять суть корреляционной функции, знать, что она характеризует. Уметь рассчитывать числовые характеристики случайной функции. Научиться определять матрицы переходных вероятностей для различных способов сбора статистических данных. Уметь делать это, а также решать все вышеперечисленные задачи не только с помощью программ, написанных на известных алгоритмических языках

Тема 4. Вероятностно-статистические методы решения некоторых задач на автотранспорте.

Содержание темы. Определение вероятности попадания случайной величины на заданный участок. Выборочные наблюдения и размер выборки, доверительные оценки и методы их определения [1, 2, 4].

Методические указания. Уметь находить значение нормальной функции распределения с помощью таблиц и программным способом, приближённые и точные значения доверительных интервалов для математического ожидания и дисперсии. Научиться определять объём выборки задач, решаемых на автомобильном транспорте.

Тема 5. Применение методов статистического моделирования на автотранспорте

Содержание темы. Сущность метода моделирования и область его применения. Метод статистического моделирования (метод Монте-Карло). Способы получения на ЭВМ псевдослучайных чисел с заданным законом распределения. Получение равномерно распределённых чисел. Метод Неймана. Получения псевдослучайных чисел для наиболее часто встречающихся непрерывных и дискретных распределений [1–4].

Методические указания. Уметь назвать достоинства и недостатки метода статистического моделирования по сравнению с вероятностным методом. Уметь просто и доступно объяснить суть метода Неймана на конкретном примере.

Тема 6. Применение теории массового обслуживания для оптимального проектирования технологических процессов

Содержание темы. Основные положения марковских случайных процессов. Определение системы массового обслуживания. Классификация систем массового обслуживания. Критерии эффективности функционирования системы массового обслуживания [1, 5].

Методические указания. Уметь строить граф состояния системы, формировать вектор состояния и матрицу переходных вероятностей.

Тема 7. Одноканальная система массового обслуживания с отказами

Содержание темы. Определение одноканальной системы массового обслуживания с отказами. Граф состояния системы. Закон распределения времени обслуживания одной заявки. Закон распределения числа требований, поступающих на пост ремонта автомобилей. Система дифференциальных уравнений Эрланга [1, 5].

Методические указания. Уметь находить плотность или интенсивность обслуживания, абсолютную пропускную способность станции. Уметь определять вероятность отказа и номинальную пропускную способность станции технического обслуживания.

Тема 8. Многоканальная система массового обслуживания с отказами

Содержание темы. Определение многоканальной системы массового обслуживания с отказами. Граф состояния системы. Вероятности состояний для многоканальной системы массового обслуживания с отказами. Числовые характеристики функционирования станции [1, 5].

Методические указания. Уметь составлять граф состояния многоканальной системы массового обслуживания с отказами, находить плотность потока обслуживания одним каналом и загрузку системы в целом. Уметь определять вероятности всех состояний системы, вероятность отказа, относительную и абсолютную пропускную способность станции технического обслуживания.

Тема 9. Многоканальная система массового обслуживания с ожиданием в очереди при ограничении длины очереди

Содержание темы. Определение многоканальной системы массового обслуживания с ожиданием в очереди при ограничении длины очереди. Граф состояния системы. Числовые характеристики системы. Вероятности состояний системы массового обслуживания с ожиданием в очереди при ограничении длины очереди [1, 5].

Методические указания. Уметь составлять граф состояния системы массового обслуживания с ожиданием в очереди при ограничении длины очереди, находить плотность потока пребывающих машин. Уметь определять вероятности всех состояний системы до возникновения очереди, вероятность отказа, относительную и абсолютную пропускную способность станции технического обслуживания. Уметь определять математическое ожидание длины очереди, среднее время пребывания автомобиля в системе.

Тема 10. Закрытые системы массового обслуживания

Содержание темы. Особенности закрытых систем массового обслуживания. Вероятность наличия очереди необслуженных требований. Числовые характеристики системы [1, 5].

Методические указания. Уметь определять числовые характеристики закрытых систем массового обслуживания.

4. ЛАБОРАТОРНО-ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ

4.1. Объем и содержание лабораторных работ

В табл. 2 приведены названия тем, характер и цель лабораторных работ с указанием количества часов, отведённых для их проведения в аудитории

Таблица 2

Объем и содержание лабораторных работ

Номер занятия	Наименование и краткое содержание лабораторных работ	Кол-во часов
1	Использование метода динамического программирования <u>Цель работы:</u> Ознакомиться с методом динамического программирования <u>Содержание работы:</u> С помощью метода динамического программирования определить кратчайшее расстояние между заданными пунктами.	2

Номер занятия	Наименование и краткое содержание лабораторных работ	Кол-во часов
2	<p>Определение числовых характеристик случайного процесса (функции), значения которого получены из опыта</p> <p><u>Цель работы:</u> Изучить и построить характеристики случайных процессов</p> <p><u>Содержание работы:</u> В результате эксперимента, поставленного для шести автомобилей-самосвалов одной марки в течение пяти недель, была определена производительность каждого автомобиля за неделю. Этим самым было зафиксировано 6 реализации для пяти сечений, на основании которых построены графики реализации, на которых значения производительности даны в условных единицах.</p> <p><u>Требуется:</u></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Найти числовые характеристики изучаемого случайного процесса. 2. Построить графики найденных характеристик 	3
3	<p>Построение модели простого и расширенного восстановления численности подвижного состава автотранспортного предприятия на заданное количество лет</p> <p><u>Цель работы:</u> Ознакомиться с методом простого и расширенного восстановления. Определение матрицы переходных вероятностей</p> <p><u>Содержание работы:</u> Автотранспортное предприятие, представлено совокупностью 122 единиц однотипных автобусов разных сроков службы. В среде Excel написать программу на VBA для определения векторов состояния системы с помощью матрицы переходных вероятностей.</p> <p><u>Необходимо:</u></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Построить простую модель восстановления, определить ожидаемое количество пополнений автобусов на каждый год в течение N периодов времени. 2. Определить средний срок службы автобусов 3. Найти предельный вектор состояния системы при $N \Rightarrow \infty$ 4. Построить расширенную модель восстановления на 5 лет с постоянным приростом M. 5. Построить графики поступления новых автобусов для обеих моделей восстановления. 	2
4	<p>Прогнозирование эффективности технической службы автотранспортного предприятия</p> <p><u>Цель работы:</u> Для автотранспортного предприятия (90 единиц техники) определить распределение автобусов по различным технологическим состояниям через 2 года.</p> <p><u>Содержание работы:</u> При планировании и организации работы этих автобусов предусматриваются следующие технологические состояния:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) работа на линии (л); 2) техническое обслуживание № 1 (1); 3) техническое обслуживание № 2 (2); 4) текущий ремонт (р); 5) простой (п). <p>Начальное распределение автобусов по видам состояний получено на основании отчетных данных автотранспортного предприятия за рассматриваемый период времени (один месяц) и представлено в таблице.</p>	3

Номер занятия	Наименование и краткое содержание лабораторных работ	Кол-во часов
	<p><u>Необходимо:</u></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. На основании начального распределения смоделировать с помощью метода Монте-Карло нахождение 10-ти автобусов данного предприятия в определенных технических состояниях в течение месяца и представить результаты в виде таблицы 2. Определить распределение всех автобусов автотранспортного предприятия по различным технологическим состояниям через два года 	
5	<p>Определение числовых характеристик станции технического обслуживания, работающей с отказами.</p> <p><u>Цель работы:</u> Требуется найти оптимальное число постов, максимизирующее величину прибыли предприятия.</p> <p><u>Содержание работы:</u> Станция технического обслуживания работает с отказами t часов в сутки. Статистическими наблюдениями установлено, что на станцию поступает простейший поток заявок с плотностью λ заявок в час. Время обслуживание распределено по показательному закону и в среднем составляет M_t минут на машину. Количество постов n.</p> <p><u>Необходимо</u></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Определить характеристики станции массового обслуживания 2. Найти вероятность простоя системы 3. Рассчитать вероятность отказа 4. Построить граф состояния системы 	4
6	<p>Определение числовых характеристик станции технического обслуживания, работающей с отказами.</p> <p><u>Цель работы:</u> Требуется найти оптимальное число постов, максимизирующее величину прибыли предприятия.</p> <p><u>Содержание работы:</u> Станция технического обслуживания работает с отказами t_p часов в сутки. Статистическими наблюдениями установлено, что на станцию поступает простейший поток заявок с плотностью λ заявок в час. Время обслуживание распределено по показательному закону и в среднем составляет M_t минут за машину. Отношение доходов от обслуживания автомобилей к затратам от простоя постов составляет k единиц.</p> <p><u>Требуется</u></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Найти оптимальное число постов. При этом прибыль предприятия должна быть максимальной. 2. Построить граф состояния системы 	2

4.2. Варианты исходных данных

Задача 1. Схема маршрута и расстояния между пунктами задаются студентами самостоятельно по согласованию с преподавателем.

Задача 2. В табл. 3 представлены варианты реализаций случайного процесса

Таблица 3

Варианты данных к задаче 2

Реализации случайного процесса $X(t)$	Время, нед.				
	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5
Вариант 1					
$x_1(t)$	2,5	1	2	-5	4
$x_2(t)$	-1,5	2	1,5	0,5	-2
$x_3(t)$	-2,5	1,5	2,5	2	2
$x_4(t)$	3	-2	-0,5	1,5	-2,5
$x_5(t)$	1,5	-3	0,5	-3	-1
$x_6(t)$	3	2	0,5	1	-1
Вариант 2					
$x_1(t)$	6	5	5	8	9
$x_2(t)$	5	13	6	8	8
$x_3(t)$	6,5	12	8	6	0
$x_4(t)$	7	5	7,5	8	11
$x_5(t)$	14	12	8	9	8
$x_6(t)$	13	6,5	9,5	4	7
Вариант 3					
$x_1(t)$	4	3	-2	4	-1
$x_2(t)$	3	-1	0	3	2
$x_3(t)$	4	5	3	2	1
$x_4(t)$	5	3	4	1	3
$x_5(t)$	-1	0	3	2,5	1,5
$x_6(t)$	3	5	1	4	2
Вариант 4					
$x_1(t)$	6	4	3	2	4
$x_2(t)$	4	5	2	3	3
$x_3(t)$	1	4	3	3	3
$x_4(t)$	5	4	3	2	0
$x_5(t)$	5	3	4	2	5
$x_6(t)$	1	3	3	6	4
Вариант 5					
$x_1(t)$	-2	4	-3	0	4
$x_2(t)$	4	-2	2	-1	3
$x_3(t)$	2	-1	-3	3	-1
$x_4(t)$	5	-1	3	-2	0

Продолжение таблицы 3

$X(t)$	Время, нед.				
	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5
$x_5(t)$	-3	3	-1	2	-2
$x_6(t)$	1	-1	3	0	1
Вариант 6					
$x_1(t)$	5	2	4	-10	8
$x_2(t)$	-3	4	3	1	-4
$x_3(t)$	-5	3	5	4	4
$x_4(t)$	6	-4	-1	3	-5
$x_5(t)$	3	-6	1	-6	-2
$x_6(t)$	6	4	1	2	-2
Вариант 7					
$x_1(t)$	4,0	3,3	3,3	5,3	6,0
$x_2(t)$	3,3	8,7	4,0	5,3	5,3
$x_3(t)$	4,3	8,0	5,3	4,0	0,0
$x_4(t)$	4,7	3,3	5,0	5,3	7,3
$x_5(t)$	9,3	8,0	5,3	6,0	5,3
$x_6(t)$	8,7	4,3	6,3	2,7	4,7
Вариант 8					
$x_1(t)$	5,5	4	5	-2	7
$x_2(t)$	1,5	5	4,5	3,5	1
$x_3(t)$	0,5	4,5	5,5	5	5
$x_4(t)$	6	1	2,5	4,5	0,5
$x_5(t)$	4,5	0	3,5	0	2
$x_6(t)$	6	5	3,5	4	2
Вариант 9					
$x_1(t)$	3	2	1,5	1	2
$x_2(t)$	2	2,5	1	1,5	1,5
$x_3(t)$	0,5	2	1,5	0	1,5
$x_4(t)$	2,5	2	1,5	1	0
$x_5(t)$	2,5	1,5	2	1	2,5
$x_6(t)$	0,5	1,5	1,5	3	2
Вариант 10					
$x_1(t)$	6	12	5	8	12
$x_2(t)$	12	6	10	7	11
$x_3(t)$	10	7	5	11	7
$x_4(t)$	13	7	11	6	8

Продолжение таблицы 3

$X(t)$	Время, нед.				
	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5
$x_5(t)$	5	11	7	10	6
$x_6(t)$	9	7	11	8	9
Вариант 11					
$x_1(t)$	4,5	5,5	-1,5	7,5	3
$x_2(t)$	5,5	5	4	1,5	3,5
$x_3(t)$	5	6	5,5	5,5	-1
$x_4(t)$	1,5	3	5	1	3
$x_5(t)$	0,5	4	0,5	2,5	1
$x_6(t)$	5,5	4	4,5	2,5	1
Вариант 12					
$x_1(t)$	8,5	5,5	7,5	-6,5	11,5
$x_2(t)$	0,5	7,5	6,5	4,5	-0,5
$x_3(t)$	-1,5	6,5	8,5	7,5	7,5
$x_4(t)$	9,5	-0,5	2,5	6,5	-1,5
$x_5(t)$	6,5	-2,5	4,5	-2,5	1,5
$x_6(t)$	9,5	7,5	4,5	5,5	1,5
Вариант 13					
$x_1(t)$	13	10	12	-2	16
$x_2(t)$	5	12	11	9	4
$x_3(t)$	3	11	13	12	12
$x_4(t)$	14	4	7	11	3
$x_5(t)$	11	2	9	2	6
$x_6(t)$	14	12	9	10	6
Вариант 14					
$x_1(t)$	11	10	9,5	9	10
$x_2(t)$	10	10,5	9	9,5	9,5
$x_3(t)$	8,5	10	9,5	8	9,5
$x_4(t)$	10,5	10	9,5	9	8
$x_5(t)$	10,5	9,5	10	9	10,5
$x_6(t)$	8,5	9,5	9,5	11	10
Вариант 15					
$x_1(t)$	6,5	5	6	-1	8
$x_2(t)$	2,5	6	5,5	4,5	2
$x_3(t)$	1,5	5,5	6,5	6	6
$x_4(t)$	7	2	3,5	5,5	1,5

Продолжение таблицы 3

$X(t)$	Время, нед.				
	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5
$x_5(t)$	5,5	1	4,5	1	3
$x_6(t)$	7	6	4,5	5	3
Вариант 16					
$x_1(t)$	0,5	-1	0	-7	2
$x_2(t)$	-1,5	2	1,5	0,5	-2
$x_3(t)$	-2,5	1,5	2,5	2	2
$x_4(t)$	-1	-2	-0,5	1,5	-2,5
$x_5(t)$	1,5	-3	2	-3	-1
$x_6(t)$	3	2	0,5	1	-1
Вариант 17					
$x_1(t)$	0,5	-1	0	-7	2
$x_2(t)$	-3	4	3	1	-1
$x_3(t)$	-2,5	1,5	2,5	2	2
$x_4(t)$	-1	-2	-0,5	1,5	-2,5
$x_5(t)$	1,5	-3	2	-3	-1
$x_6(t)$	4,5	2	0,5	1	-1
Вариант 18					
$x_1(t)$	4	3	1	-1	-2
$x_2(t)$	0	5	0	0	-1
$x_3(t)$	-2,5	1,5	8	2	2
$x_4(t)$	-4	7	-0,5	1	6
$x_5(t)$	1,5	4	5	6	-1
$x_6(t)$	1,5	2	0,5	1	-1
Вариант 19					
$x_1(t)$	4	3	2	-1	-2
$x_2(t)$	0	5	1	0	-1
$x_3(t)$	-2,5	5	-2	2	2
$x_4(t)$	3	7	-0,5	1	-2
$x_5(t)$	1,5	4	6	6	-1
$x_6(t)$	1,5	2	0,5	1	-1
Вариант 20					
$x_1(t)$	4	3	2	-1	5
$x_2(t)$	0	5	1	0	-1
$x_3(t)$	-2,5	5	7	2	2
$x_4(t)$	3	7	-0,5	1	-2

Продолжение таблицы 3

$X(t)$	Время, нед.				
	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5
$x_5(t)$	9	4	6	6	-1
$x_6(t)$	1,5	2	0,5	1	-1
Вариант 21					
$x_1(t)$	2,4	1,2	2,4	-2	0,4
$x_2(t)$	-0,8	-1,2	1,6	0,8	-1,2
$x_3(t)$	-1,6	1,6	2,4	-1,2	0,8
$x_4(t)$	2,8	-1,2	0	1,6	-1,6
$x_5(t)$	1,6	-2	0,8	-1,2	-0,4
$x_6(t)$	2,4	1,2	2,4	-2	0,4
Вариант 22					
$x_1(t)$	-2,4	-3	2,4	0,6	-3,6
$x_2(t)$	1,8	2,4	-1,8	-0,6	2,4
$x_3(t)$	2,4	-1,8	2,4	-0,6	-3,6
$x_4(t)$	0,6	-3	1,2	-3,6	2,4
$x_5(t)$	-0,6	3	-1,8	3,6	-0,6
$x_6(t)$	-2,4	-3	2,4	0,6	-3,6
Вариант 23					
$x_1(t)$	-1,2	1,5	-0,3	0,3	-1,8
$x_2(t)$	0,3	-0,9	0,6	1,8	-0,3
$x_3(t)$	1,2	2,1	-1,8	2,7	0
$x_4(t)$	-0,9	-3,3	1,5	-3,3	2,1
$x_5(t)$	0,3	1,2	-1,2	-1,2	2,7
$x_6(t)$	-1,2	1,5	-0,3	0,3	-1,8
Вариант 24					
$x_1(t)$	0,4	-0,4	-0,4	-0,4	-0,4
$x_2(t)$	2	1,2	-2	1,2	2
$x_3(t)$	0	-4	-1,2	-0,8	0,4
$x_4(t)$	-2	-1,2	1,2	-2,8	1,6
$x_5(t)$	0	2,4	0,4	0	0,8
$x_6(t)$	-0,4	-0,4	0,5	-0,4	0,6
Вариант 25					
$x_1(t)$	-2	-2,5	2	0,5	-3
$x_2(t)$	-4	1	0,5	-0,5	-3
$x_3(t)$	1,5	2	1	-1	-1,5
$x_4(t)$	0,5	2,5	-4,5	4	-2,5

Продолжение таблицы 3

$X(t)$	Время, нед.				
	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5
$x_5(t)$	-3,5	-1,5	-2,5	-0,5	-2
$x_6(t)$	2	-2,5	1	0,5	-3
Вариант 26					
$x_1(t)$	-1	1	-5	2	2,5
$x_2(t)$	5	0,5	-2,5	-0,5	4,5
$x_3(t)$	0,5	-4	-4	2,5	0,5
$x_4(t)$	-4	-1	4,5	-6	4,5
$x_5(t)$	1,5	4	1,5	2	2,5
$x_6(t)$	-1	-1	-5	-2	2,5
Вариант 27					
$x_1(t)$	-0,5	-0,5	0,5	-0,5	-0,5
$x_2(t)$	2,5	1,5	-2,5	1,5	2,5
$x_3(t)$	0	-5	-1,5	-1	0,5
$x_4(t)$	-2,5	-1,5	1,5	-3,5	2
$x_5(t)$	0	3	0,5	0	1
$x_6(t)$	-0,5	0,5	-0,5	-1,5	-0,5
Вариант 28					
$x_1(t)$	2,5	1	2,5	-3	0
$x_2(t)$	1,5	0	-0,5	2,5	1
$x_3(t)$	-2	-3	1,5	-2,5	1,5
$x_4(t)$	1	-3	1,5	-1,5	0
$x_5(t)$	2	0,5	1,5	-1,5	0,5
$x_6(t)$	2,5	1,5	2,5	-3	1
Вариант 29					
$x_1(t)$	-1	-5	2,5	-1	-4
$x_2(t)$	-3	1,5	-4,5	0,5	-2
$x_3(t)$	0	5,5	0,5	-0,5	2
$x_4(t)$	-2	-3,5	1	-3	-0,5
$x_5(t)$	-3	0	-1,5	0	-1
$x_6(t)$	-0,4	-0,4	0,5	-0,4	0,6
Вариант 30					
$x_1(t)$	-2	-2,5	2	0,5	-3
$x_2(t)$	2	-2,5	-1	2,5	0
$x_3(t)$	-3,5	1	-2	-0,5	1,5
$x_4(t)$	2	-0,5	1	0	-3,5

Окончание таблицы 3

$X(t)$	Время, нед.				
	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5
$x_5(t)$	-2	2	-1,5	-0,5	1,5
$x_6(t)$	-2,5	1	-0,5	0	-2

Задача 3. В табл. 4 представлены по вариантам статистические данные списания автобусов на предприятии по годам. В начальный момент времени в парке находилось 122 единицы однотипных автобусов, которые имеют следующее распределение по срокам службы: новые $V_0 = 15$, одногодичные $V_1 = 19$, двухлетние $V_2 = 20$, трехлетние $V_3 = 22$, четырехлетние $V_4 = 17$, пятилетние $V_5 = 29$.

Таблица 4

Варианты исходных данных к задаче 3

		Количество списанных автобусов на предприятии									
Вар. k		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1		2	1	2	3	4	2	1	5	3	2
2		3	4	2	1	1	4	6	2	4	5
3		20	18	16	10	11	15	10	10	21	19
4		15	17	20	20	19	21	20	15	14	16
5		14	20	15	25	20	15	15	26	13	19
6		13	7	12	8	12	10	15	9	12	6
Вар. k		11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1		3	4	5	3	2	6	3	4	5	6
2		3	2	2	5	7	3	6	4	3	3
3		17	11	12	16	11	11	20	18	12	13
4		19	19	18	20	19	14	15	18	18	17
5		14	24	19	14	14	25	18	13	23	18
6		11	7	11	9	14	8	5	10	6	10
Вар. k		21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
1		5	4	2	3	6	4	3	2	3	5
2		6	7	4	3	7	5	3	3	6	7
3		23	21	6	4	14	8	14	14	15	9
4		12	14	7	8	16	17	18	16	14	19
5		11	17	4	6	4	4	12	4	6	15
6		10	4	3	3	3	3	3	2	3	4

Задача 4. Начальное распределение автобусов по видам технологических состояний (варианты исходных данных к задаче 4) приведены в табл. 5.

Таблица 5

Варианты исходных данных к задаче 4

Технологическое состояние	обозначение	варианты									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
на линии	0	0,81	0,79	0,82	0,78	0,8	0,77	0,83	0,84	0,85	0,76
ТО1	1	0,08	0,1	0,08	0,1	0,09	0,07	0,06	0,05	0,06	0,08
ТО2	2	0,06	0,05	0,06	0,07	0,05	0,04	0,08	0,05	0,04	0,06
Ремонт	3	0,03	0,05	0,02	0,02	0,03	0,07	0,02	0,04	0,03	0,07
Простой	4	0,02	0,01	0,02	0,03	0,03	0,05	0,01	0,02	0,02	0,03
Технологическое состояние	обозначение	варианты									
		11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
на линии	0	0,81	0,82	0,83	0,84	0,85	0,8	0,79	0,78	0,77	0,76
ТО1	1	0,06	0,07	0,08	0,06	0,07	0,06	0,08	0,09	0,1	0,1
ТО2	2	0,08	0,04	0,05	0,07	0,04	0,04	0,08	0,07	0,06	0,06
Ремонт	3	0,03	0,04	0,02	0,02	0,02	0,05	0,03	0,04	0,05	0,05
Простой	4	0,02	0,03	0,02	0,01	0,02	0,05	0,02	0,02	0,02	0,03
Технологическое состояние	обозначение	варианты									
		21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
на линии	0	0,81	0,82	0,83	0,84	0,85	0,8	0,79	0,78	0,77	0,76
ТО1	1	0,07	0,09	0,07	0,07	0,08	0,08	0,09	0,08	0,09	0,09
ТО2	2	0,07	0,05	0,07	0,05	0,04	0,04	0,06	0,07	0,08	0,07
Ремонт	3	0,03	0,02	0,01	0,03	0,02	0,05	0,04	0,05	0,05	0,04
Простой	4	0,02	0,02	0,02	0,01	0,01	0,03	0,02	0,02	0,01	0,04

Задача 5. Параметры работы станции массового обслуживания (варианты исходных данных к задаче 5) приведены в табл. 6.

Задача 6. Параметра работы станции массового обслуживания (варианты исходных данных к задаче 6) приведены в табл. 6.

Таблица 6

Варианты исходных данных к задачам 5, 6.

Параметр	Вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
λ	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$M_t, \text{мин}$	50	60	70	80	90	100	110	50	60	70
k	2	3	4	5	6	7	8	9	2	3
Параметр	Вариант									
	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
λ	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$M_t, \text{мин}$	45	44	65	75	85	95	105	45	44	65
k	4	5	6	7	8	9	2	3	4	5

Параметр	Вариант									
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
λ	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
M_t , мин	60	70	80	90	100	45	44	65	75	85
k	6	7	8	9	2	3	4	5	6	7

4.3. Вопросы для самоконтроля и текущей проверки знаний

1. Компьютерное моделирование технических, технологических и информационных систем. Основные понятия и определения. Преимущества компьютерного моделирования.
2. Компьютерное моделирование с использованием метода динамического программирования.
3. Виды, элемент, состояние системы
4. Функционирование и развитие системы
5. Структура системы
6. Взаимодействие и целевое назначение системы
7. Структура компьютерного моделирования.
8. Принцип оптимальности, понятие качества.
9. Основные понятия теории случайных процессов. Классификация случайных процессов.
10. Прямая и обратная задача.
11. Основные свойства характеристик случайных процессов
12. Классификация случайных процессов
13. Определение характеристик случайных процессов из эксперимента
14. Марковские процессы. Матрица переходных вероятностей, ее основные свойства.
15. Виды матриц переходных вероятностей.
16. Построение графа состояний
17. Определение вероятностей состояний после k -го шага.
18. Построение модели простого восстановления численности подвижного состава с помощью теории марковских цепей.
19. Теория обновления основных средств
20. Средний (или ожидаемый) срок службы единицы изучаемого вида основных средств
21. Вероятность полного износа единицы основных средств через T периодов.
22. Ожидаемое число восстановлений в течение одного периода времени после достаточно длительного срока.
23. Прогнозирование эффективности деятельности технической службы АТП с помощью теории марковских цепей.
24. Системы массового обслуживания, их виды.
25. Критерии эффективности функционирования системы массового обслуживания.

26. Дифференциальные уравнения Эрланга.
27. Определение характеристик функционирования одноканальных систем массового обслуживания с отказами.
28. Определение характеристик функционирования многоканальных систем массового обслуживания с отказами.
29. Определение характеристик функционирования многоканальных систем массового обслуживания с ожиданием в очереди при ограничении длины очереди.
30. Определение характеристик функционирования замкнутых систем массового обслуживания.
31. Моделирование работы одноканальных систем массового обслуживания с отказами с помощью метода статистического моделирования (метода Монте-Карло).
32. Моделирование работы многоканальных систем массового обслуживания с отказами с помощью метода статистического моделирования (метода Монте-Карло).

4.4. Самостоятельная работа студентов (СРС)

Самостоятельная работа студентов включает проработку конспекта лекций, учебной литературы, подготовки и выполнение лабораторно-практических заданий.

Практические задания выполняются с целью расширения и закрепления знаний и практических навыков в области компьютерного моделирования технических систем. Задание выполняется на ПК в среде EXCEL или MathCAD и оформляется в соответствии со всеми принятыми в ЮУрГУ общими требованиями.

5. ПРИМЕРЫ ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНО-ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАДАНИЙ

Задание 1. Пусть требуется определить кратчайшее расстояние для проезда из пункта А (1,1) (начальный пункт следования) в пункт В (4,1) (конечный).

Задачу будем исследовать в несколько упрощенной постановке, оставив в стороне вопросы разбивки города, на микрорайоны, выбора нужного количества пунктов в каждом из них и пр., и акцентируя основное внимание на идее перебора вариантов с использованием метода динамического программирования.

Из схематического изображения сети дорог (рис. 1) видно, что любой маршрут начинающийся в пункте (1,1), последовательно проходит один из пунктов с первым индексом 2, затем один из пунктов с первым индексом 3 и заканчивается в пункте (4,1).

Пусть $f(i, j)$ – расстояние кратчайшего маршрута между (1,1) и (i,j), то справедливо соотношение

$$f(4,1) = \min\{f_{3,1} + 25; f_{3,2} + 20; f_{3,3} + 23; f_{3,4} + 17\}.$$

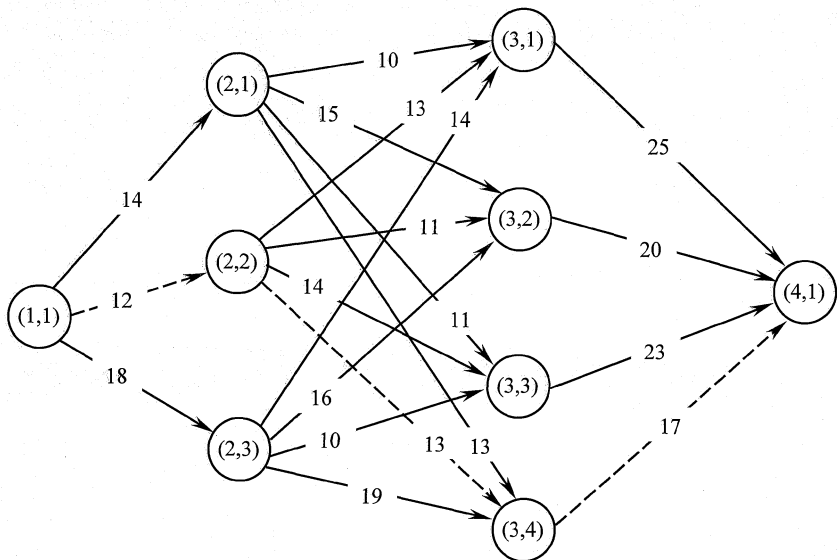


Рис. 1. Схематическое изображение маршрутной сети

В свою очередь,

$$f(3,1) = \min\{f_{2,1} + 10; f_{2,2} + 13; f_{2,3} + 14\};$$

$$f(3,2) = \min\{f_{2,1} + 15; f_{2,2} + 11; f_{2,3} + 16\};$$

$$f(3,3) = \min\{f_{2,1} + 11; f_{2,2} + 14; f_{2,3} + 10\};$$

$$f(3,4) = \min\{f_{2,1} + 13; f_{2,2} + 13; f_{2,3} + 9\}.$$

Поскольку расстояния $f_{2,1}; f_{2,2}; f_{2,3}$ уже известны и равны соответственно 14, 12, 18 км, то обратной подстановкой получаем:

$$f(3,1) = \min\{14 + 10; 12 + 13; 18 + 14\} = \min\{24, 25, 32\} = 24;$$

$$f(3,2) = \min\{14 + 15; 12 + 11; 18 + 16\} = \min\{29, 23, 34\} = 23;$$

$$f(3,3) = \min\{14 + 11; 12 + 14; 18 + 10\} = \min\{25, 26, 28\} = 25;$$

$$f(3,4) = \min\{14 + 13; 12 + 13; 18 + 9\} = \min\{27, 25, 27\} = 25.$$

Теперь подставляя $f_{3,1}; f_{3,2}; f_{3,3}; f_{3,4}$ в исходное уравнение, находим

$$f(4,1) = \min\{24 + 25; 23 + 20; 25 + 23; 25 + 17\} = \min\{49, 43, 48, 42\} = 42.$$

Итак, протяженность кратчайшего маршрута 42 км. Оптимальный маршрут (на рис. 1 он отмечен пунктирной линией) проходит через пункты (1,1) → (2,2) → (3,4) → (4,1).

Задание 2. В результате эксперимента, поставленного для шести автомобилей-самосвалов одной марки в течение пяти недель, была определена производительность каждого автомобиля за неделю. Этим самым было зафиксировано 6 реализации для пяти сечений, значения производительности в относительных единица приведены в табл. 7.

Относительные значения производительности

Реализация	Временной период t , неделя				
	1	2	3	4	5
$x_1(t)$	-2	1,5	1,5	-3	2
$x_2(t)$	-1	2,5	0,5	-1	-3
$x_3(t)$	0	-1	-3	-2,5	0,5
$x_4(t)$	1	-2	1	3	3
$x_5(t)$	1,5	-1,5	3	1,5	-1
$x_6(t)$	2	0	-1,5	-2	3,5

Данные о каждом автомобиле-самосвале можно рассматривать как реализацию непрерывного случайного $X(t)$, процесса с дискретным временем. Каждая строка таблицы соответствует определенной реализации случайного процесса, а число столбцов равно количеству значений аргумента. Реализации случайного процесса представлены на рис. 2.

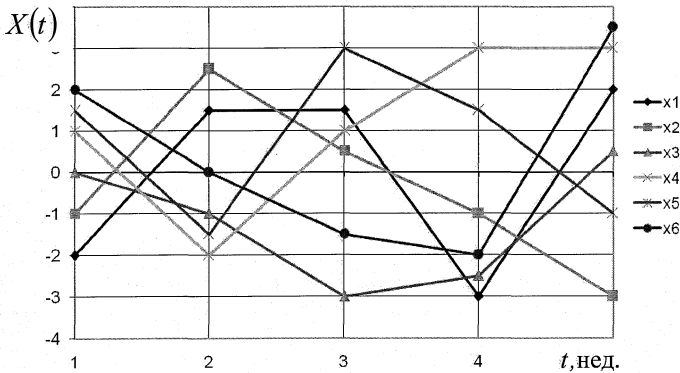


Рис. 2. Реализации случайного процесса

Оценка для математического ожидания определяется по формуле

$$\tilde{m}_x(t_k) = \frac{\sum_{i=1}^n x_i(t_k)}{n},$$

где n – число реализаций случайного процесса.

Оценка для дисперсии

$$\tilde{D}_x(t_k) = \frac{\sum_{i=1}^n [x_i(t_k) - \tilde{m}_x(t_k)]^2}{n-1}.$$

Оценка для корреляционного момента

$$\tilde{k}_x(t_1, t_l) = \sum_{i=1}^n \frac{[x_1(t_k) - \tilde{m}_x(t_k)] \cdot [x_1(t_l) - \tilde{m}_x(t_l)]}{n-1},$$

где k, l – индексы ($k = 1, 2, \dots, m; l = 1, 2, \dots, m$).

Используя указанные формулы, вычислим вероятностные характеристики случайного процесса.

Математическое ожидание:

$$\tilde{m}_x(t_1) = \frac{-2 - 1 + 1 + 1,5 + 2}{6} = 0,25;$$

$$\tilde{m}_x(t_2) = -0,0833; \quad \tilde{m}_x(t_3) = 0,25; \quad \tilde{m}_x(t_4) = -0,67, \quad \tilde{m}_x(t_5) = 0,83.$$

Дисперсия:

$$\tilde{D}_x(t_1) = \frac{(-2 - 0,25)^2 + (-1 - 0,25)^2 + (0 - 0,25)^2 + (1 - 0,25)^2 + (1,5 - 0,25)^2 + (2 - 0,25)^2}{5} = 2,375.$$

Аналогично $\tilde{D}_x(t_2) = 3,14, \tilde{D}_x(t_3) = 4,674, \tilde{D}_x(t_4) = 5,76, \tilde{D}_x(t_5) = 6,27$.

Вычисленные значения $\tilde{m}_x(t), \tilde{D}_x(t)$, а также среднеквадратичное отклонение $\sigma_x(t_k) = \sqrt{\tilde{D}_x(t_k)}$ занесены в табл. 8.

Таблица 8

Результаты вычисления вероятностных характеристик

Характеристика случайного процесса	t , недели				
	1	2	3	4	5
$\tilde{m}_x(t_k)$	0,25	-0,0833	0,25	-0,67	0,83
$\tilde{D}_x(t_k)$	2,375	3,14	4,674	5,76	6,27
$\sigma_x(t_k)$	1,5411	1,7725	2,1622	2,4014	2,5033

Графики найденных функций (характеристик случайного процесса) представлены на рис. 3, 4.

Используя полученные значения $\tilde{m}_x(t)$, рассчитаем корреляционный момент для различных пар значений аргумента $(t_1, t_1), (t_1, t_2), (t_1, t_3), (t_1, t_4), (t_1, t_5), (t_2, t_1), \dots, (t_5, t_4), (t_5, t_5)$:

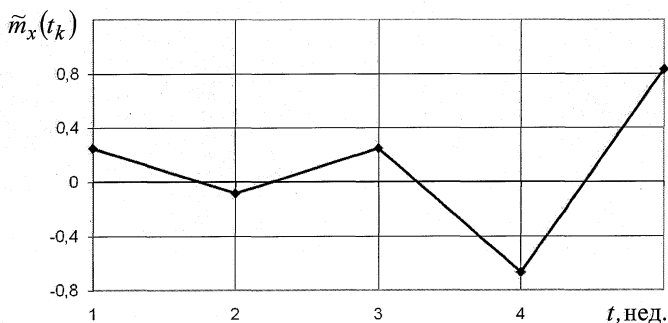


Рис. 3. Математическое ожидание случайного процесса

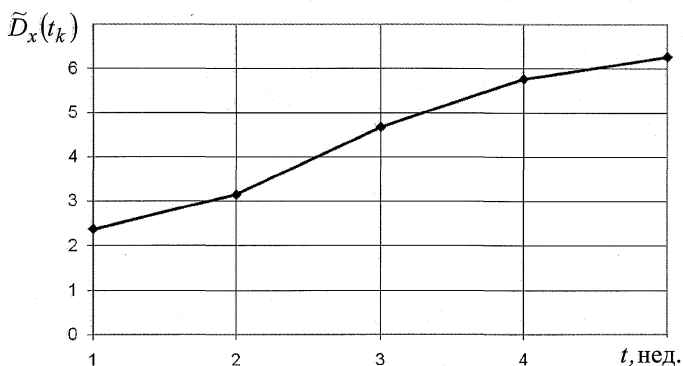


Рис. 4. Дисперсия ожидания случайного процесса

$$\begin{aligned} \tilde{k}_x(t_1, t_1) &= \frac{(-2-0,25)(-2-0,25)+(-1-0,25)(-1-0,25)+(0-0,25)(0-0,25)}{5} + \\ &+ \frac{(1-0,25)(1-0,25)+(1,5-0,25)(1,5-0,25)+(2-0,25)(2-0,25)}{5} = \tilde{D}_x(t_1, t_1) = 2,375 \\ \tilde{k}_x(t_1, t_2) &= \frac{(-2-0,25)(1,5+0,0833)+(-1-0,25)(2,5+0,0833)+(0-0,25)(-1+0,0833)}{5} + \\ &+ \frac{(1-0,25)(-2+0,0833)+(1,5-0,25)(-1,5+0,0833)+(2-0,25)(0+0,0833)}{5} = -1,925 \\ \tilde{k}_x(t_1, t_3) &= \frac{(-2-0,25)(1,5-0,25)+(-1-0,25)(0,5-0,25)+(0-0,25)(-3-0,25)}{5} + \\ &+ \frac{(1-0,25)(1-0,25)+(1,5-0,25)(3-0,25)+(2-0,25)(-1,5-0,25)}{5} = -0,275... \end{aligned}$$

Полученные результаты для корреляционного момента сведем в матрицу

$$\tilde{k}_x(t_k, t_l) = \begin{vmatrix} 2,375 & -1,925 & -0,275 & 1,85 & 1,25 \\ -1,925 & 3,14 & 0,025 & -2,617 & -1,817 \\ -0,275 & 0,025 & 4,675 & 2,8 & -1,3 \\ 1,85 & 0,025 & -2,617 & 5,76 & -0,083 \\ 1,25 & -1,817 & -1,3 & -0,083 & 6,27 \end{vmatrix},$$

где $k=1...5$; $l=1...5$.

Определим нормированную корреляционную функцию по формуле

$$\tilde{\rho}_x(t_k, t_l) = \frac{\tilde{k}_x(t_k, t_l)}{\sigma_x(t_k)\sigma_x(t_l)}.$$

Окончательно, матрицу нормированной корреляционной функции запишем в виде:

$$\tilde{\rho}_x(t_k, t_l) = \begin{vmatrix} 1 & -0,705 & -0,083 & 0,4999 & 0,324 \\ -0,705 & 1 & 0,0065 & -0,615 & -0,409 \\ -0,083 & 0,0065 & 1 & 0,5393 & -0,24 \\ 0,4999 & -0,615 & 0,5393 & 1 & -0,014 \\ 0,324 & -0,409 & -0,24 & -0,014 & 1 \end{vmatrix}.$$

Для стационарных случайных процессов нормированная корреляционная функция $\tilde{\rho}_x(t_k, t_l)$ не зависит от того, где именно на временной оси рассматривается участок $\tau = t_l - t_k$, а зависит только длины этого участка.

Осредняя нормированные значения корреляционной функции для всех равных $\tau = t_l - t_k$, получаем

$$\tilde{\rho}_x(\tau=0) = \frac{1+1+1+1+1}{5} = 1;$$

$$\tilde{\rho}_x(\tau=1) = \frac{-0,705 + 0,0065 + 0,5393 - 0,014}{4} = -0,043;$$

$$\tilde{\rho}_x(\tau=2) = \frac{-0,083 - 0,615 - 0,24}{3} = -0,312;$$

$$\tilde{\rho}_x(\tau=3) = \frac{0,4999 - 0,409}{2} = 0,0452;$$

$$\tilde{\rho}_x(\tau=4) = 0.$$

Полученные данные заносим в табл. 9 и строим график (рис. 5)

Таблица 9

Осредненные значения нормированной корреляционной функции

Характеристика случайного процесса	$\tau = t_l - t_k$, недели				
	0	1	2	3	4
$\tilde{\rho}_x(\tau)$	1	-0,043	-0,312	0,0452	0

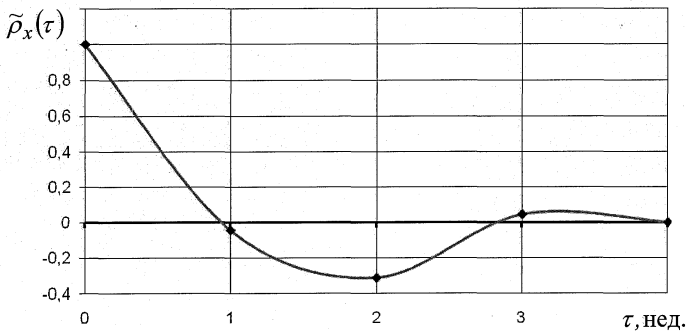


Рис. 5. Нормированная корреляционная функция

Задание 3. Пусть АТП представлено совокупностью, состоящей из 121 единицы однотипных автобусов, которые имеют следующее распределение сроков службы (возрастов): $V_0=15$; $V_1=18$; $V_2=20$; $V_3=22$; $V_4=17$; $V_5=29$ (15 автобусов эксплуатируется до одного года, 18 – от 1 до 2 лет и т.д.)

Необходимо построить простую модель восстановления, определить ожидаемое количество пополнений автобусов на каждый год в течение пяти лет, с тем, чтобы количество автобусов, работающих в парке, было неизменным (составляло 121 единицу).

Для построения модели требуется знать вероятности выбытия основных средств a_k , т.е. необходимо определить вероятность списания автобусов по сроку службы. С этой целью взята выборка в количестве $n=67$ автобусов, которые были списаны ранее, после того, как проработали разное количество лет. Данные, сгруппированные по возрасту, представлены в табл. 10.

Таблица 10

Статистические данные о списании однотипных автобусов

№	Срок службы автобусов, лет	Частота	Частость
1	4	2	0,03
2	5	3	0,04
3	6	20	0,30
4	7	15	0,23
5	8	14	0,21
6	9	13	0,19

Определим вероятности того, что новая подвижная единица (автобус) прослужит больше, чем k периодов времени, начиная с момента ввода в эксплуатацию, то есть 1, 2, 3, 4, 5, 6 периодов:

$$r_1 = 1 - a_1 = 1 - 0,03 = 0,97;$$

$$r_2 = 1 - a_2 = 0,93;$$

$$r_3 = 0,63;$$

$$r_4 = 0,40;$$

$$r_5 = 0,19;$$

$$r_6 = 0,19 - 0,19 = 0.$$

Вычислим количество новых автобусов, которые необходимо приобрести после первого периода работы, U_1 :

$$\begin{aligned} U_1 &= V_0 a_1 + V_1 \frac{a_2}{r_1} + V_2 \frac{a_3}{r_2} + V_3 \frac{a_4}{r_3} + V_4 \frac{a_5}{r_4} + V_5 \frac{a_6}{r_5} = \\ &= 15 \cdot 0,03 + 18 \cdot \frac{0,04}{0,97} + 20 \cdot \frac{0,03}{0,93} + 22 \cdot \frac{0,23}{0,63} + 17 \cdot \frac{0,21}{0,40} + 29 \cdot \frac{0,19}{0,19} = \\ &0,45 + 0,74 + 6,45 + 8,05 + 8,92 + 29 = 54. \end{aligned}$$

Аналогично определяется U_2, U_3 .

$$U_2=28; U_3=23; U_4=29; U_5=29.$$

Заносим значения в первую строку табл. 11.

Таблица 11

Результаты расчета ожидаемых численностей автобусов
(простая модель восстановления)

№	Возраст	Вероятности		Период времени					
		a_k	r_k	0	1	2	3	4	5
1	0	0,03	0,97	15 V_0	54 U_1	28 U_2	23 U_3	29 U_4	29 U_5
2	1	0,04	0,93	18 V_1	14,6 $V_0 r_1$	52,4 $U_1 r_1$	27,4 $U_2 r_1$	22,5 $U_3 r_1$	29 $U_4 r_1$
3	2	0,3	0,63	20 V_2	17,1 $V_1 r_2 / r_1$	13,9 $V_0 r_2$	49,8 $U_1 r_2$	26 $U_2 r_2$	21,4 $U_3 r_2$
4	3	0,23	0,40	22 V_3	13,4 $V_2 r_3 / r_2$	11,4 $V_1 r_3 / r_1$	9,3 $V_0 r_3$	33,4 $U_1 r_3$	17,4 $U_2 r_3$
5	4	0,21	0,19	17 V_4	13,9 $V_3 r_4 / r_3$	8,4 $V_2 r_4 / r_2$	7,2 $V_1 r_4 / r_1$	59 $V_0 r_4$	21 $U_1 r_4$
6	5	0,19	0	29 V_5	8 $V_4 r_5 / r_4$	6,5 $V_3 r_5 / r_3$	4 $V_2 r_5 / r_2$	34 $V_1 r_5 / r_1$	12,8 $V_0 r_5$
Всего		1	-	121	121	121	121	121	121

Вычислим средний срок службы V :

$$V = 1 \cdot 0,03 + 2 \cdot 0,04 + 3 \cdot 0,3 + 4 \cdot 0,23 + 5 \cdot 0,21 + 6 \cdot 0,19 = 4,12.$$

Определим число восстановлений при стабилизации работы системы

$$\lim_{n \rightarrow \infty} U_n = \frac{N}{V} = \frac{121}{4,22} = 29.$$

Таким образом, после достаточно длительного срока ожидаемое число пополнений в течение одного периода будет колебаться около 29 автобусов.

Предельное распределение D_n составит:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} D_n = \left[\frac{N}{V}, \frac{N r_1}{V}, \frac{N r_2}{V}, \frac{N r_3}{V}, \frac{N r_4}{V}, \frac{N r_5}{V} \right] = 29; 28; 27; 18; 12; 6.$$

Определим ожидаемые численности U_n пополнения парка автобусами для модели простого восстановления с использованием математического аппарата теории цепей Маркова.

Начальный вектор состояния системы

$$D_0 = [15, 18, 20, 22, 17, 29]$$

Построим матрицу переходных вероятностей

$$P = \begin{bmatrix} 0,03 & 0,97 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,04 & 0 & 0,93 & 0 & 0 & 0 \\ 0,97 & 0 & 0,97 & 0 & 0 & 0 \\ 0,30 & 0 & 0 & 0,63 & 0 & 0 \\ 0,93 & 0 & 0 & 0,93 & 0 & 0 \\ 0,23 & 0 & 0 & 0 & 0,40 & 0 \\ 0,63 & 0 & 0 & 0 & 0,63 & 0 \\ 0,21 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,19 \\ 0,40 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,40 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,03 & 0,97 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,05 & 0 & 0,95 & 0 & 0 & 0 \\ 0,33 & 0 & 0 & 0,67 & 0 & 0 \\ 0,37 & 0 & 0 & 0 & 0,63 & 0 \\ 0,53 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,47 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Вычислим состояния системы в последующие периоды перемножением строки состояния предыдущего периода на матрицу переходных вероятностей $D_1 = D_0 \cdot P$, $D_2 = D_1 \cdot P$, $D_3 = D_2 \cdot P \dots$

$$D_1 = \begin{bmatrix} 5,4 \\ 14,6 \\ 17,1 \\ 13,4 \\ 13,9 \\ 8,0 \end{bmatrix}; D_2 = \begin{bmatrix} 28,3 \\ 52,4 \\ 13,9 \\ 11,4 \\ 8,4 \\ 6,5 \end{bmatrix}; D_3 = \begin{bmatrix} 29,5 \\ 22,5 \\ 26,0 \\ 33,4 \\ 5,9 \\ 3,4 \end{bmatrix}; D_4 = \begin{bmatrix} 29,0 \\ 29,0 \\ 21,4 \\ 17,4 \\ 21,0 \\ 12,8 \end{bmatrix}$$

График поступления новых автобусов представлен на рис. 6.

Для модели расширенного восстановления планом развития автотранспортного предприятия предусмотрено, что через 5 лет в эксплуатации будет находиться 171 автобус, т. е. $N_5 = 171$. Предполагаются следующие численности за 5 временных периодов: $N_1 = 131$, $N_2 = 141$, $N_3 = 151$, $N_4 = 161$, $N_5 = 171$. Таким образом, увеличение численностей имеет линейный характер, а прирост $m = 10$ автобусов.

Задача сводится к нахождению численностей U_1, U_2, U_3, U_4, U_5 простого восстановления для периодов (годов) $n = 1; 2; 3; 4; 5$, а также C_n для случая заданного прироста парка автобусов по годам. Поскольку значения численностей U_n определялись раньше по модели простого восстановления, то вычисление $U_n + C_n$ для $n = 1; 2; 3; 4; 5$ сводится к нахождению C_n .

Учитывая, что численность начальной совокупности $N_0 = 121$, а прирост для всех периодов постоянный и равный $m = 10$, найдем:

$$C_1 = m = 10;$$

$$C_2 = m(2 - r_1) = 11;$$

$$C_3 = 10[(3 - 0,93) - 0,97 \cdot 1,03] = 11;$$

$$C_4 = 10[3,37 + 0,97 \cdot 2,07 + (0,97^2 - 0,93) \cdot 1,03] = 14;$$

$$C_5 = 10[4,6 - 0,97 \cdot 3,37 + 0,01 \cdot 2,07 - (0,63 - 1,8 + 0,97^3) \cdot 1,03] = 16.$$

Таким образом, известны $U_1 = 54$; $U_2 = 28$; $U_3 = 23$; $U_4 = 29$; $U_5 = 29$ и $C_1 = 10$; $C_2 = 11$; $C_3 = 11$; $C_4 = 14$; $C_5 = 16$. Ожидаемые количества автобусов, вводимых в последовательные периоды времени для расширенного восстановления, составят:

$$U_1 + C_1 = 64; U_2 + C_2 = 39; U_3 + C_3 = 34; U_4 + C_4 = 43; U_5 + C_5 = 45.$$

Общая планируемая численность автобусов на пятилетний период

$$N_5 = 45 + 43 \cdot 0,97 + 34 \cdot 0,93 + 39 \cdot 0,63 + 64 \cdot 0,4 + 15 \cdot 0,19 = 171 \text{ единица.}$$

График поступления новых автобусов представлен на рис. 6.

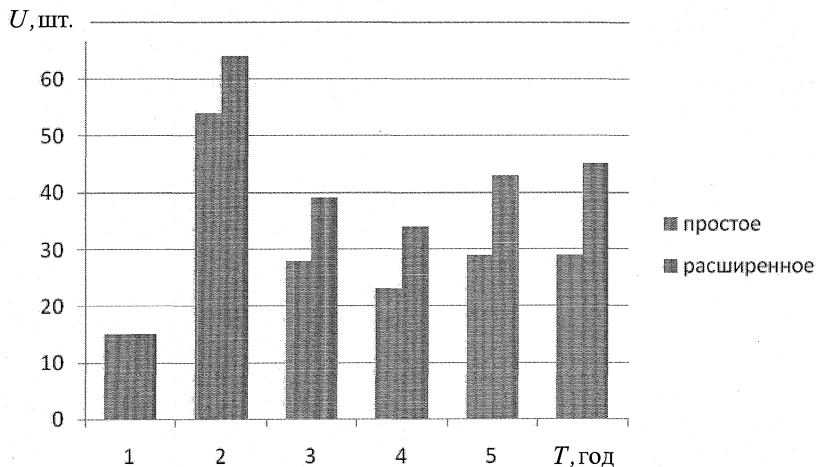


Рис. 6. График поступления новых автобусов для рассмотренных моделей восстановления

Задание 4. Среднесписочный состав АТП – 120 автобусов. Рассматриваются следующие технологические моменты (состояния):

- работа на линии (л);
- ТО-1 (1);
- текущий ремонт (Т);
- ТО-2 (2);
- простой (П);

Статистические данные, собранные за месяц (31 день) при наблюдении за дестью типичными автобусами, приведены в табл. 12.

Статистические данные о работе 10 автобусов за месяц

№	Дни месяца																
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	...	31
1	Л	Л	Л	Р	Л	Л	Л	1	Л	Л	1	Л	Л	Л
2	Л	Л	Л	Л	Л	2	2	Л	Л	П	...						
...	...																
10	Л	Л	Р	...													

Подсчитав количество переходов из каждого технологического состояния в любое другое, формируем таблицу переходов (матрица состояний). В каждой строке суммируем количество переходов

$$S = \begin{bmatrix} 244 & 18 & 6 & 2 & 1 & 271 \\ 14 & - & - & - & 1 & 15 \\ 7 & 1 & 2 & - & - & 10 \\ 2 & 1 & - & 2 & 1 & 6 \\ 6 & - & - & - & 1 & 7 \end{bmatrix}$$

Матрицу переходных вероятностей формируем на основе матрицы состояний, определив вероятность каждого из возможных переходов, как частоту:

$$P = \begin{bmatrix} P_{ПЛ} & P_{ПЛ} & P_{ПР} & P_{П2} & P_{ЛП} \\ P_{1Л} & P_{11} & P_{1Р} & P_{12} & P_{1П} \\ P_{РП} & P_{Р1} & P_{РР} & P_{Р2} & P_{РП} \\ P_{2Л} & P_{21} & P_{2Р} & P_{22} & P_{2П} \\ P_{ПЛ} & P_{П1} & P_{ПР} & P_{П2} & P_{ПП} \end{bmatrix} \Rightarrow P = \begin{bmatrix} 0,9 & 0,066 & 0,022 & 0,007 & 0,004 \\ 0,933 & 0 & 0 & 0 & 0,067 \\ 0,7 & 0,1 & 0,2 & 0 & 0 \\ 0,333 & 0,167 & 0 & 0,333 & 0,167 \\ 0,857 & 0 & 0 & 0 & 0,143 \end{bmatrix}$$

Матрица переходных вероятностей показывает вероятность перехода системы из одного состояния в другое за один шаг по времени. В нашем случае шаг по времени равен одному месяцу, т.к. P построена по статистическим данным, собранным за один месяц.

Построим граф состояний технологического процесса работы автобусов на основе полученной матрицы переходных вероятностей (рис. 7).

Определим начальное распределение автобусов по видам работ (для пяти состояний), используя отчетные данные АТП за рассматриваемый период времени (один месяц). Для этого общее число дней работы всех автобусов на линии, а также их пребывания соответственно на ТО-1, ТО-2, ТР и в резерве разделим на их суммарное количество:

$$\pi_0 = (0,877; 0,049; 0,032; 0,019; 0,023).$$

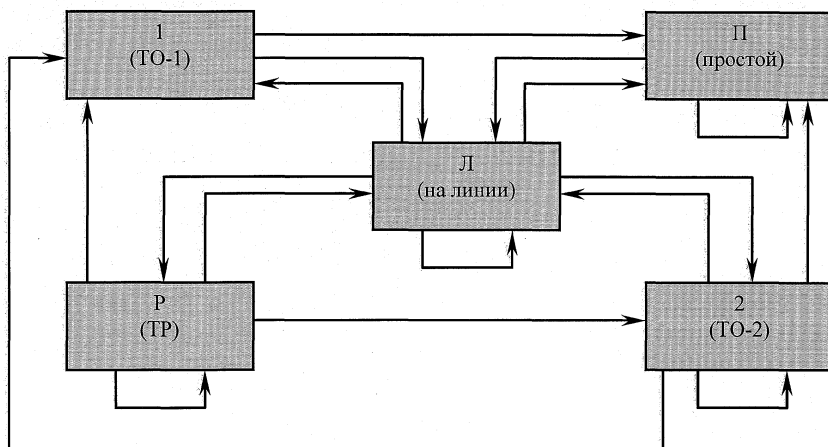


Рис. 7. Граф состояний технологического процесса

Таким образом, 87% всех автобусов находился на линии, 5% на ТО-1 и т.д. Вычислим компоненты вектора $\pi = \pi_0 P^m$ для нескольких периодов n .

$$\pi_1 = \pi_0 P = (0,877; 0,049; 0,032; 0,019; 0,023) \cdot \begin{bmatrix} 0,9 & 0,066 & 0,022 & 0,007 & 0,004 \\ 0,933 & 0 & 0 & 0 & 0,067 \\ 0,7 & 0,1 & 0,2 & 0 & 0 \\ 0,333 & 0,167 & 0 & 0,333 & 0,167 \\ 0,857 & 0 & 0 & 0 & 0,143 \end{bmatrix} =$$

$$= [0,877; 0,04854; 0,0336; 0,01942; 0,02265].$$

Анализ истинного распределения π_0 и прогнозируемого π показывает, что в перспективе следует ожидать увеличения количества автобусов, работающих на линии и уменьшения числа автобусов, проходящих текущий ремонт. Аналогично определяем состояние системы в последующие моменты времени $\pi_1, \pi_2 \dots \pi_{12}$. Результаты расчета сведены в табл. 13.

Таблица 13

Результаты расчета

Время, мес.	Технологическое состояние				
	Л	ТО-1	ТР	ТО-2	П
0	0,87702	0,04854	0,03236	0,01942	0,02265
1	0,88350	0,06472	0,02589	0,01294	0,01294
2	0,88942	0,06343	0,02474	0,01084	0,01158
3	0,89086	0,06336	0,02464	0,01018	0,01097
4	0,89128	0,06333	0,02465	0,00997	0,01077

Время, мес.	Технологическое состояние				
	Л	ТО-1	ТР	ТО-2	П
5	0,89140	0,06333	0,02466	0,00990	0,01071
6	0,89144	0,06332	0,02467	0,00988	0,01069
7	0,89145	0,06332	0,02467	0,00987	0,01068
8	0,89145	0,06332	0,02467	0,00987	0,01068
9	0,89145	0,06332	0,02467	0,00987	0,01068
10	0,89146	0,06332	0,02467	0,00987	0,01068
11	0,89146	0,06332	0,02467	0,00987	0,01068
12	0,89146	0,06332	0,02467	0,00987	0,01068

Отметим, что истинное значение распределения π_{12} , вычисленное для АТП через год, задается вектором

$$\pi_{12} = (0,89, 0,063, 0,025, 0,0099, 0,01068).$$

Таким образом, как и было предсказано, количество автобусов, работающих на линии, значительно увеличилось, а количество ТР – уменьшилось. В итоге, через год количество автобусов на линии составит 107 единиц, на ТО-1 – 8 единиц, на ТР – 3 единицы, по одному автобусу будет находиться на ТО-2 и Простое.

Задание 5. Станция технического обслуживания работает с отказами 10 часов в сутки. Статистическими наблюдениями установлено, что на станцию поступает простейший поток заявок с плотностью $\lambda=5$ заявок в час. Время обслуживания распределено по показательному закону и в среднем составляет $M_t=0,33$ часа на машину. Количество постов $n=1$.

Определим плотность или интенсивность обслуживания

$$\mu = \frac{1}{M_{t_{\text{обсл}}}} = \frac{1}{0,333} \approx 3 \text{ автомобиля в час.}$$

Вероятность, что а/м будет принят для немедленного обслуживания или относительная пропускная способность системы массового обслуживания

$$P_0 = q_{\text{отн}} = \frac{\mu}{\mu + \lambda} = \frac{3}{3 + 5} \approx 0,375.$$

Абсолютная пропускная способность станции

$$q_{\text{абс}} = \lambda \cdot P_0 = 5 \cdot 0,375 \approx 1,875 \text{ автомобилей в час.}$$

За 10 часов абсолютная пропускная способность станции составит

$$Q_{\text{абс}} = t \cdot \lambda \cdot P_0 = 10 \cdot 5 \cdot 0,375 \approx 18,75 \text{ автомобилей.}$$

При этом вероятность отказа

$$P_{\text{отк}} = P_1 = 1 - P_0 = 1 - 0,375 = 0,625.$$

Номинальная, максимально-возможная пропускная способность за десятичасовой рабочий день

$$Q_{\text{абс}} = t \cdot \mu = 10 \cdot 3 = 30 \text{ автомобилей.}$$

Многоканальная система с отказами.

$$n = 4, \quad t = 10 \text{ часов}, \quad \lambda = 3, \quad Mt_{\text{обсл}} = 2 \text{ часа}.$$

Плотность или интенсивность обслуживания

$$\mu = \frac{1}{Mt_{\text{обсл}}} = \frac{1}{2} = 0,5 \text{ автом. в час.}$$

Приведенная плотность или загрузка системы

$$\alpha = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{3}{0,5} = 6.$$

Вероятность того, что система находится в состоянии x_0 , т.е. средняя доля полного простоя станции

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{k=0}^n \frac{\alpha^k}{k!}} = \frac{1}{\frac{6^0}{0!} + \frac{6^1}{1!} + \frac{6^2}{2!} + \frac{6^3}{3!} + \frac{6^4}{4!}} = 0,00869.$$

Вероятность, что занят один канал

$$P_1 = \frac{\alpha^1}{1!} P_0 = \frac{6}{1} \cdot 0,00869 = 0,0521.$$

Вероятность, что занято два канал

$$P_2 = \frac{\alpha^2}{2!} P_0 = \frac{36}{2} \cdot 0,00869 = 0,1565.$$

По аналогии

$$P_3 = \frac{\alpha^3}{3!} P_0 = \frac{6 \cdot 6 \cdot 6}{3!} \cdot 0,00869 = 0,313;$$

$$P_4 = \frac{\alpha^4}{4!} P_0 = \frac{6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6}{4!} \cdot 0,00869 = 0,4695.$$

Выполним проверку

$$\sum_{k=0}^4 P_k = 1.$$

Вероятность отказа системы

$$P_{\text{отк}} = P_4 = 0,4695.$$

Относительная пропускная способность

$$q_{\text{отн}} = 1 - P_{\text{отк}} = 1 - 0,4695 = 0,53054.$$

Абсолютная пропускная способность

$$Q_{\text{абс}} = \lambda \cdot q_{\text{отн}} = 1,59 \text{ автомобилей в час.}$$

За 10 часов работы станции

$$Q_{\text{абс}} = t \cdot \lambda \cdot q_{\text{отн}} = 15,9 \text{ автомобилей.}$$

Номинальная пропускная способность

$$Q_{\text{ном}} = \mu \cdot t \cdot n = 0,5 \cdot 10 \cdot 4 = 20 \text{ автомобилей.}$$

Математическое ожидание числа занятых каналов

$$M[k] = \sum_{m=1}^k mP_m = 1 \cdot 0,0521 + 2 \cdot 0,1565 + \dots = 3,18 \text{ каналов.}$$

Таким образом, из четырех каналов работает 3,18, что свидетельствует о достаточной занятости станции и оптимально подобранном количестве обслуживающих линий.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

а) основной:

1. Сирота, А.А. Компьютерное моделирование и оценка эффективности сложных систем / А.А. Сирота. – М.: Техносфера, 2006. – 280 с.
2. Молибошко, Л.А. Компьютерное моделирование автомобилей: учебное пособие / Л.А. Молибошко. – Минск: «ИВЦ Минфина», 2007. – 280 с.
3. Бояршинова, А.К. Компьютерное моделирование технических систем (автомобильный транспорт). Текст лекций / А.К. Бояршинова, Е.А. Задорожная, Н.А. Хозенюк. – Челябинск: ЮУрГУ, 2003. – 79 с.
4. Галушко, В.Г. Случайные процессы и их применедае на автотранспорте / В.Г. Галушко. – Киев: Издательское объединение «Вища школа», 1980. – 232 с.
5. Завадский, Ю.В. Решение задач автомобильного - транспорта с помощью математических моделей / Ю.В Завадский. – М.: МАДИ, 1980. – 84 с.

б) дополнительный:

1. Дубров, А.М. Многомерные статистические методы / А.М. Дубров, В.С. Мхитарян, Л.И. Трошин. – М.: Финансы и статистика, 2000. – 350 с.
2. Экономическая информатика и вычислительная техника: Учеб. для экон. специальностей вузов / Г.А. Титоренко, Н.Г. Черняк, Л.В. Еремин и др.; Под ред.: В.П.Косарева, А.Ю. Королева. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Финансы и статистика, 1998. – 333 с.
3. Петрова, Е.В. Статистика автомобильного транспорта: Учеб. для сред. спец. учеб. заведений / Е.В. Петрова, О.И. Ганченко. – М.: Финансы и статистика, 1998. – 237 с.
4. Мартин, Ф. Моделирование на вычислительных машинах. / Ф. Мартин; Пер. с англ., под ред. И.Н. Коваленко. – М.: Издательство «Советское радио», 1972. – 288 с.
5. Галушко, В.Г. Вероятностно-статистические методы на автотранспорте / В.Г. Галушко. – Киев: Издательское объединение «Вища школа», 1976. – 272 с.
6. Адлер, Ю.П. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий / Ю.П. Адлер, Е.В. Маркова, Ю.В. Грановский. – М.: Наука, 1976. – 279 с.
7. Химмельблау, Д. Прикладное нелинейное программирование / Д. Химмельблау. – М: Мир, 1975. – 216 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

1.	Общие положения	3
1.1.	Требования к уровню подготовки для освоения дисциплины	3
1.2.	Требования к содержанию образовательной программы	4
1.3.	Цели и задачи преподавания и изучения дисциплины.....	4
2.	Рекомендации по изучению дисциплины	5
3.	Рабочая программа дисциплины.....	5
3.1.	Разделы дисциплины, виды и объем занятий.....	5
3.2.	Содержание и методические рекомендации разделов и тем дисциплины	6
4.	Лабораторно-практические задания	9
4.1.	Объем и содержание лабораторных работ.....	9
4.2.	Варианты исходных данных	11
4.3.	Вопросы для самоконтроля и текущей проверки знаний	20
5.	Примеры выполнения лабораторно-практических заданий	21
	Библиографический список	35

Техн. редактор А.В. Миних

Издательский центр Южно-Уральского государственного университета

Подписано в печать 04.07.2011. Формат 60×84 1/16. Печать цифровая.
Усл. печ. л. 2,09. Тираж 100 экз. Заказ 255/48. Цена С.

Отпечатано в типографии Издательского центра ЮУрГУ.
454080, г. Челябинск, пр. им. В.И. Ленина, 76.